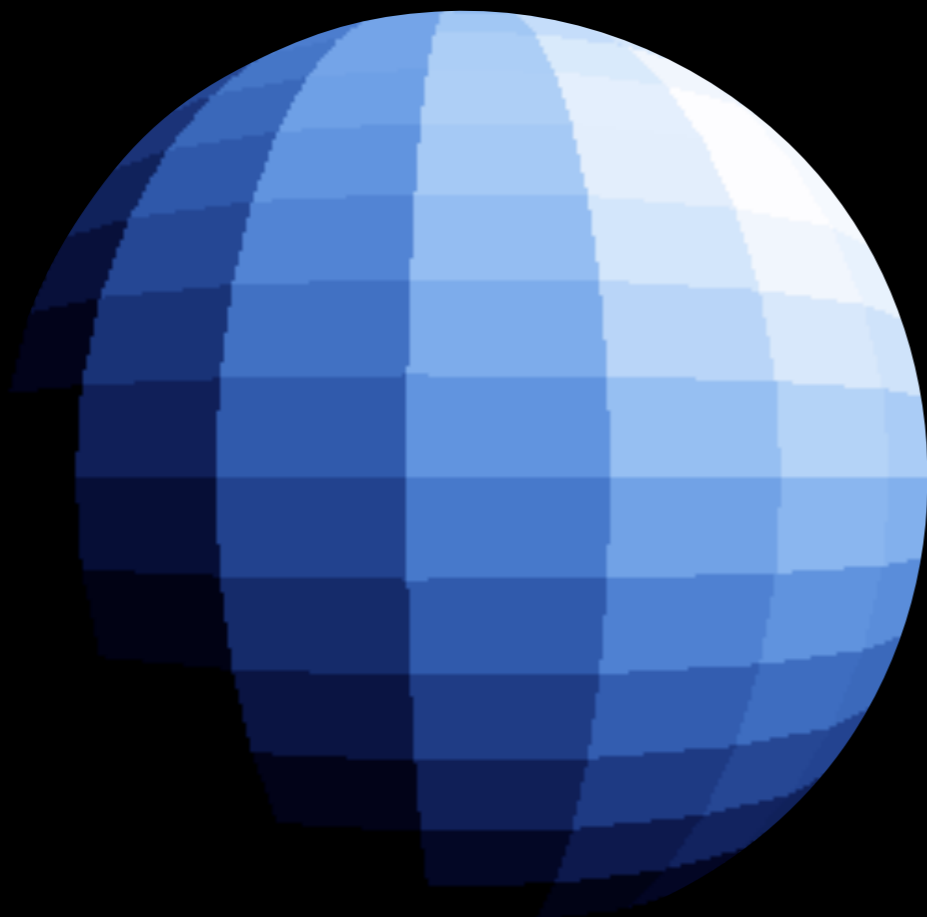


# GL ES2.0

# ライティング計算



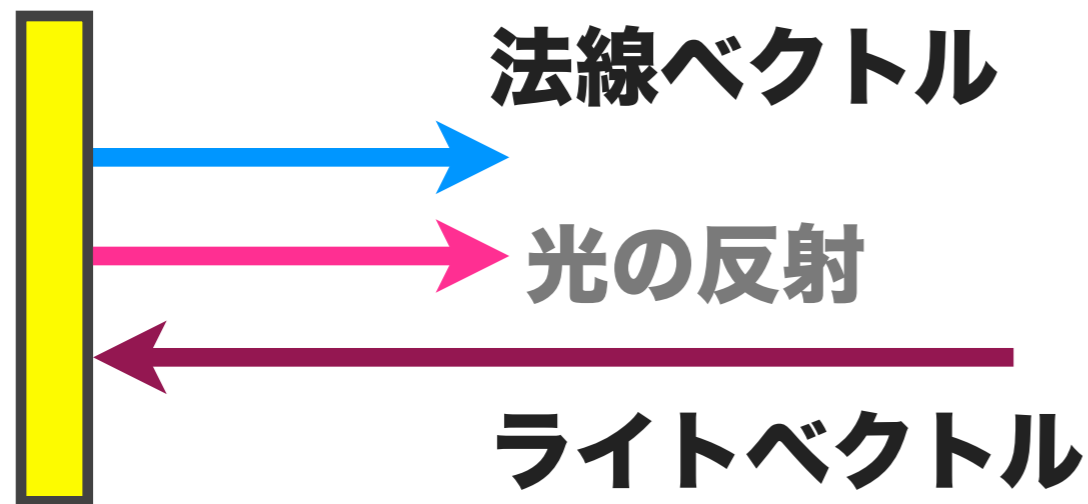
# ライティングの考え方



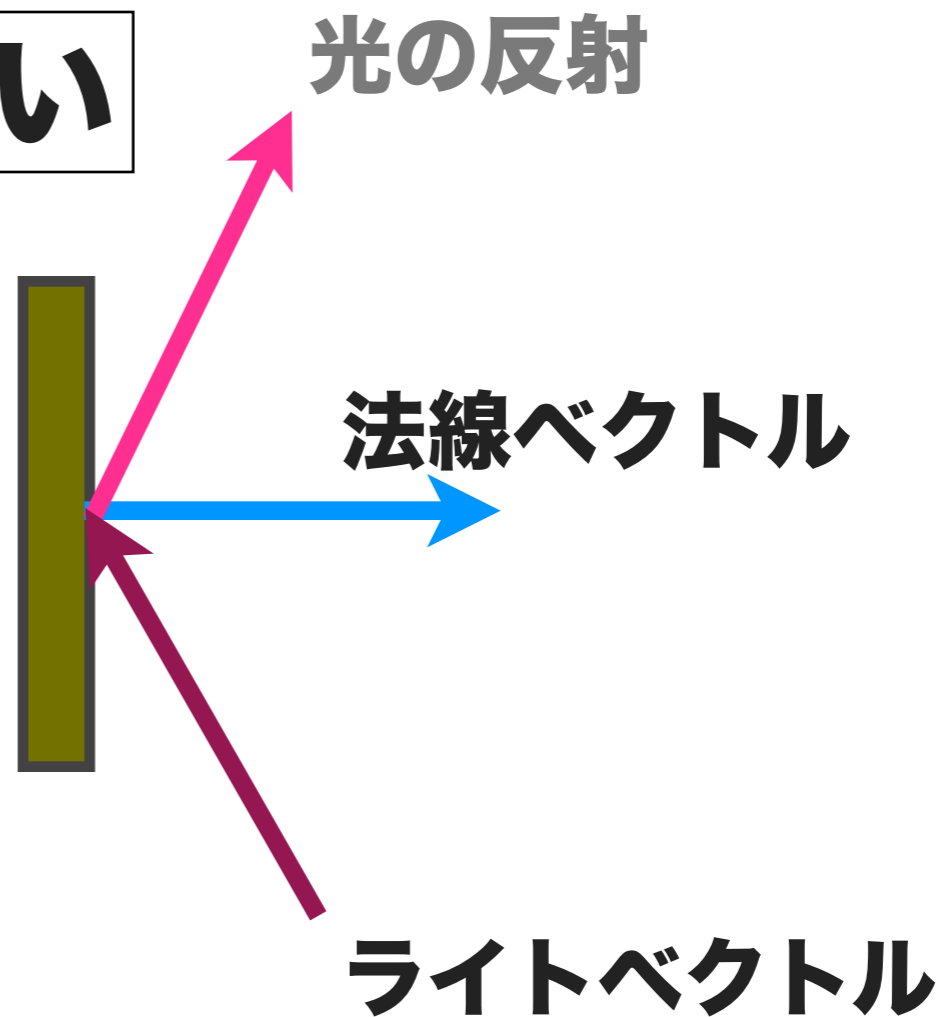
# ライティングの考え方

法線ベクトルがライトベクトルと同じ方向である程明るくする。

明るい



暗い



## ランバート反射

物理的には正しくはないらしいが、それっぽいので広く使われている。

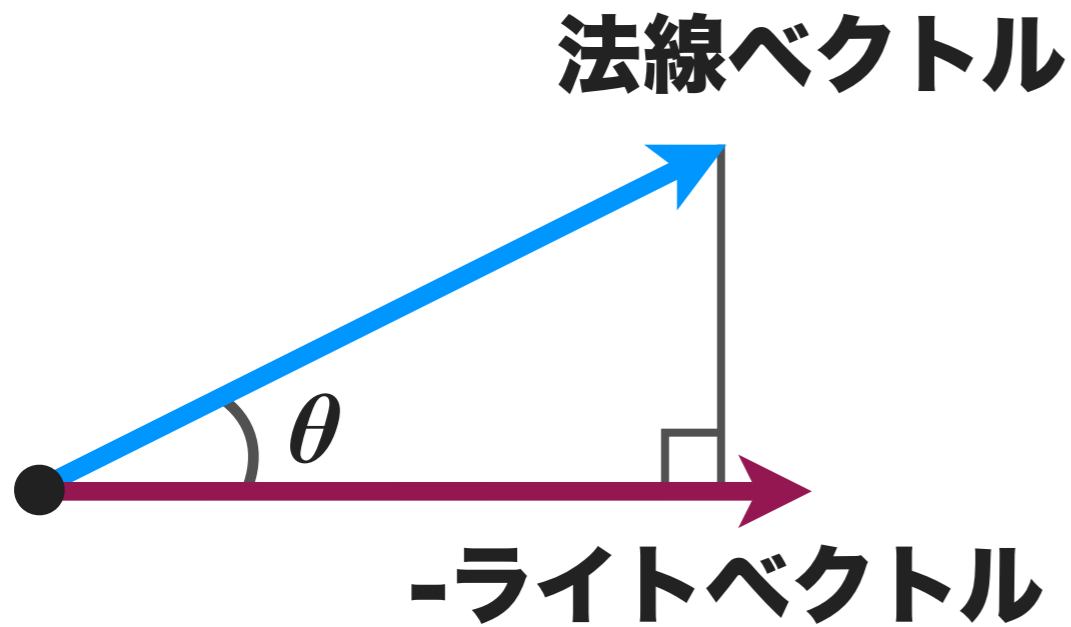
# ライティングの実現

コサインを計算する。

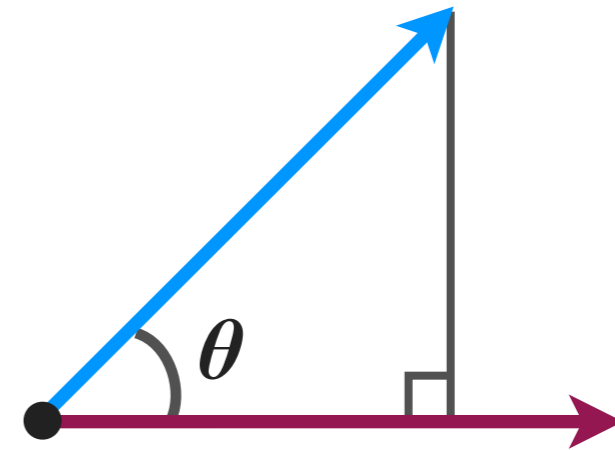
明るい



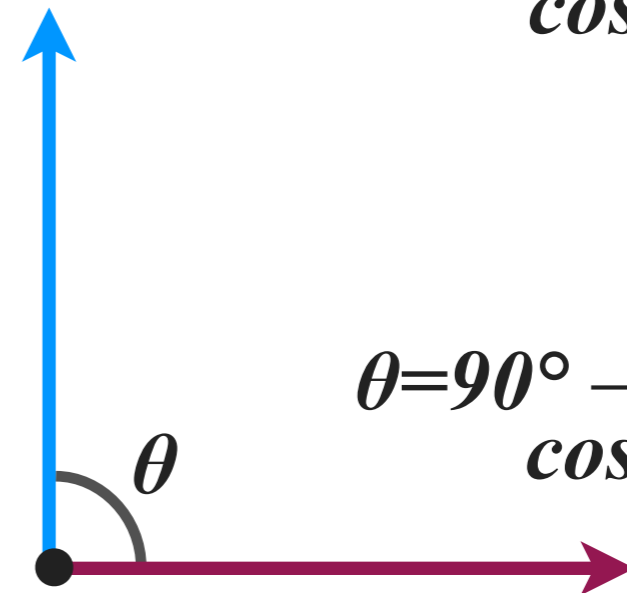
暗い



$$\theta=0^\circ \rightarrow \cos\theta = 1.0$$



$$\theta=45^\circ \rightarrow \cos\theta = 0.707$$

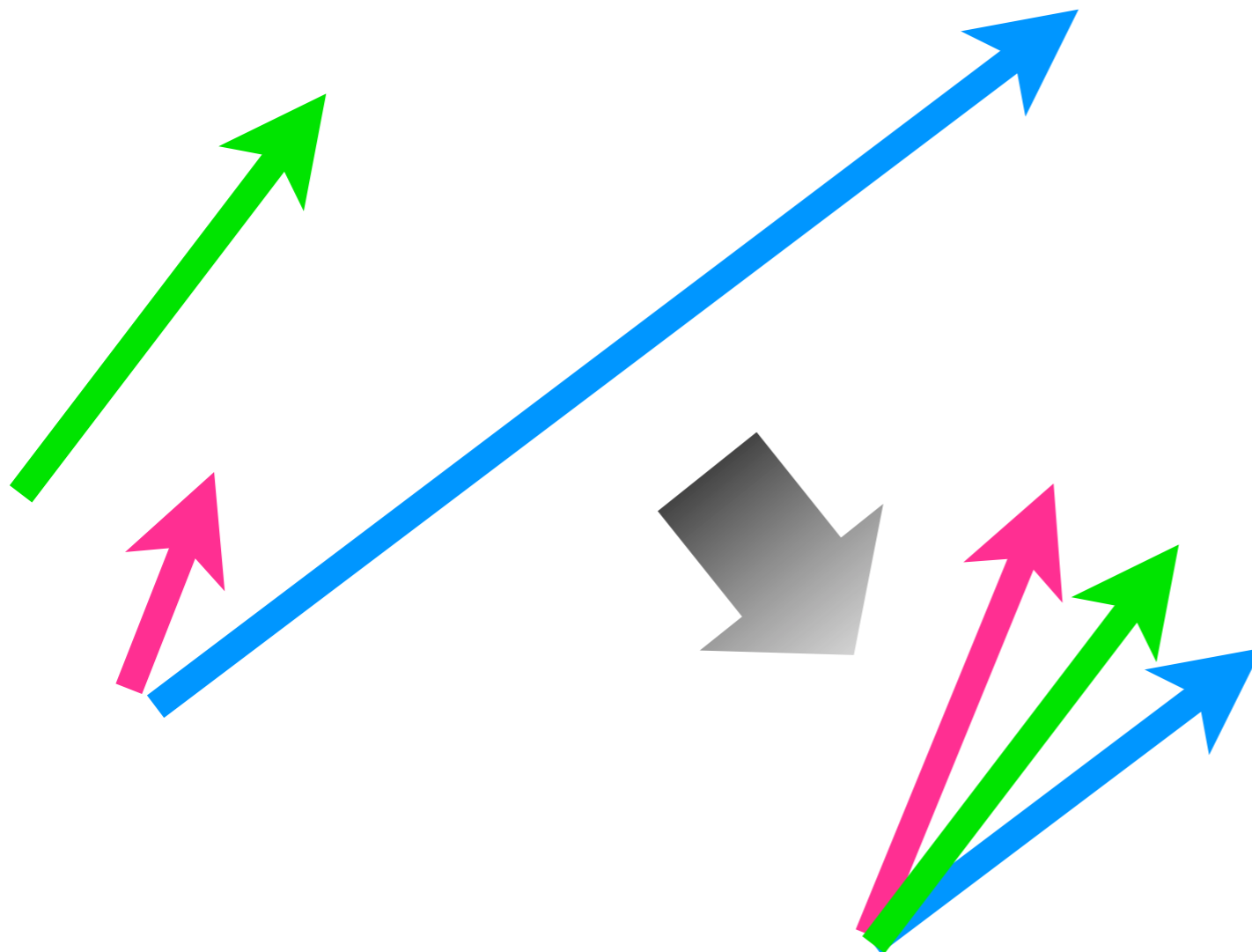


$$\theta=90^\circ \rightarrow \cos\theta = 0.0$$

# 3D計算のオキテ

- ベクトルは正規化しておく。  
長さを1にする。

$$v' = \frac{1}{|v|} v$$



なぜかと言うと……？  
(☞ 回答は次ページ)

# ドット計算=コサイン計算

## ●ドット計算 (内積)

$$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

## ●コサインとの関係

$$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$$

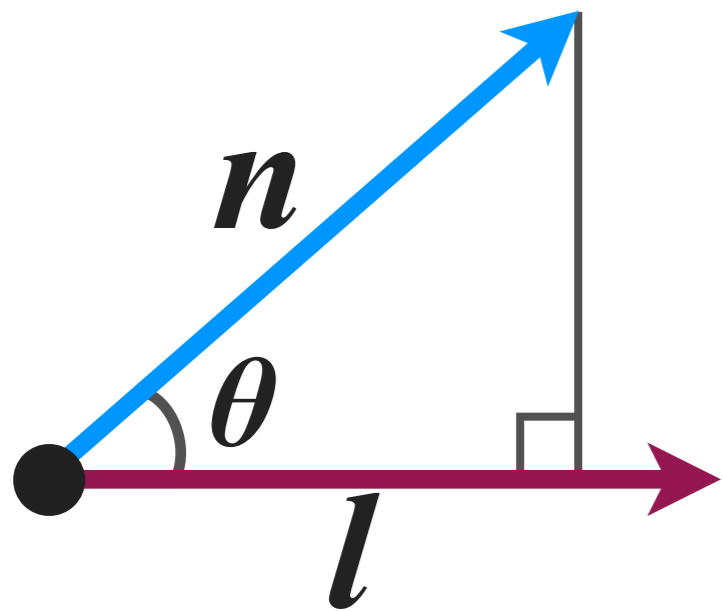
ベクトルが正規化されていると ( $|a|=|b|=1$ )

$$\cos\theta = a \cdot b$$

三角関数の計算が、掛け算と  
足し算だけで実現できてしまう！

# まとめ

- ライトベクトルと法線ベクトルの向きが近いほど明るくなるを考える (= コサイン)。
- ライトベクトルと法線ベクトルは正規化しておく。
- 明るさ = コサイン計算 = ドット計算



$$\begin{aligned} \text{明るさ} &= \cos\theta \\ &= n \cdot l \end{aligned}$$

# 法線ベクトルの求め方





# 変換が必要

- 頂点座標は Model-View-Projection 行列で変換される。

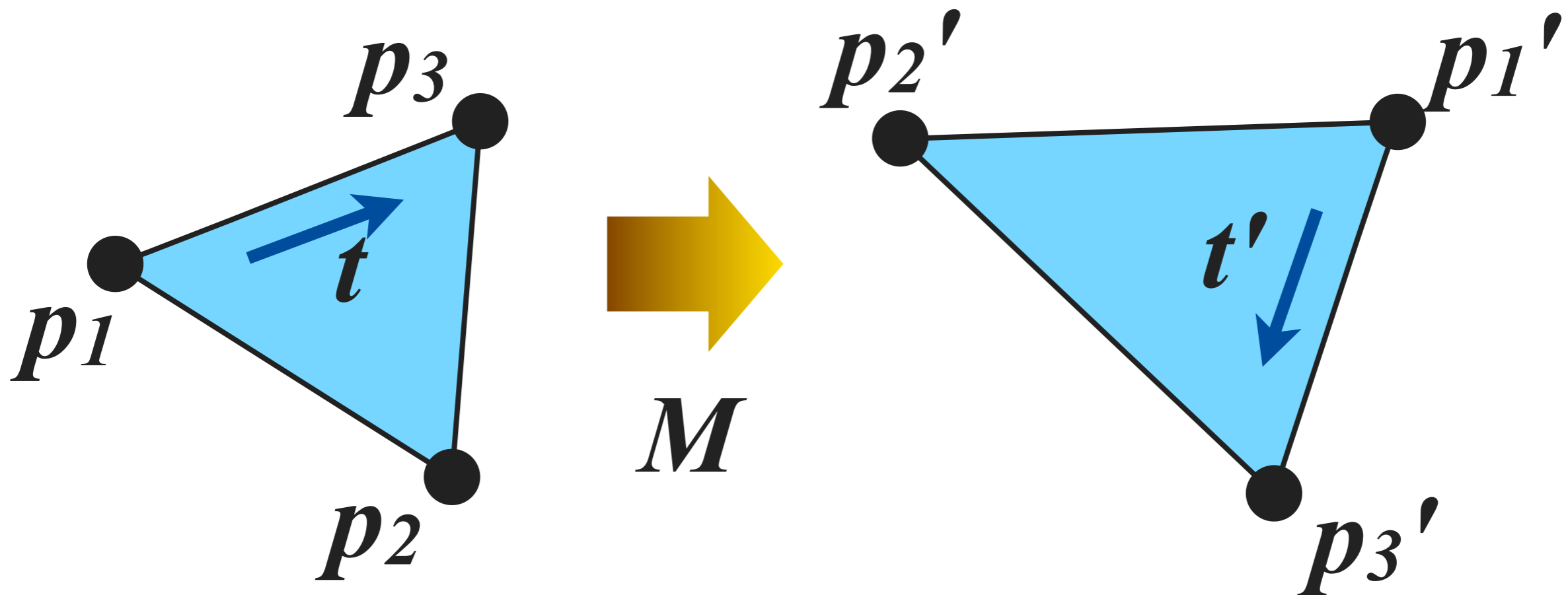
```
attribute vec4 position;  
uniform mat4 modelViewProjectionMatrix;  
gl_Position = modelViewProjectionMatrix * position;
```

- 同様に、法線ベクトルも専用のベクトルで変換しなければいけない。

```
attribute vec3 normal;  
uniform mat3 normalMatrix;  
vec3 eyeNormal = normalize(normalMatrix * normal);
```

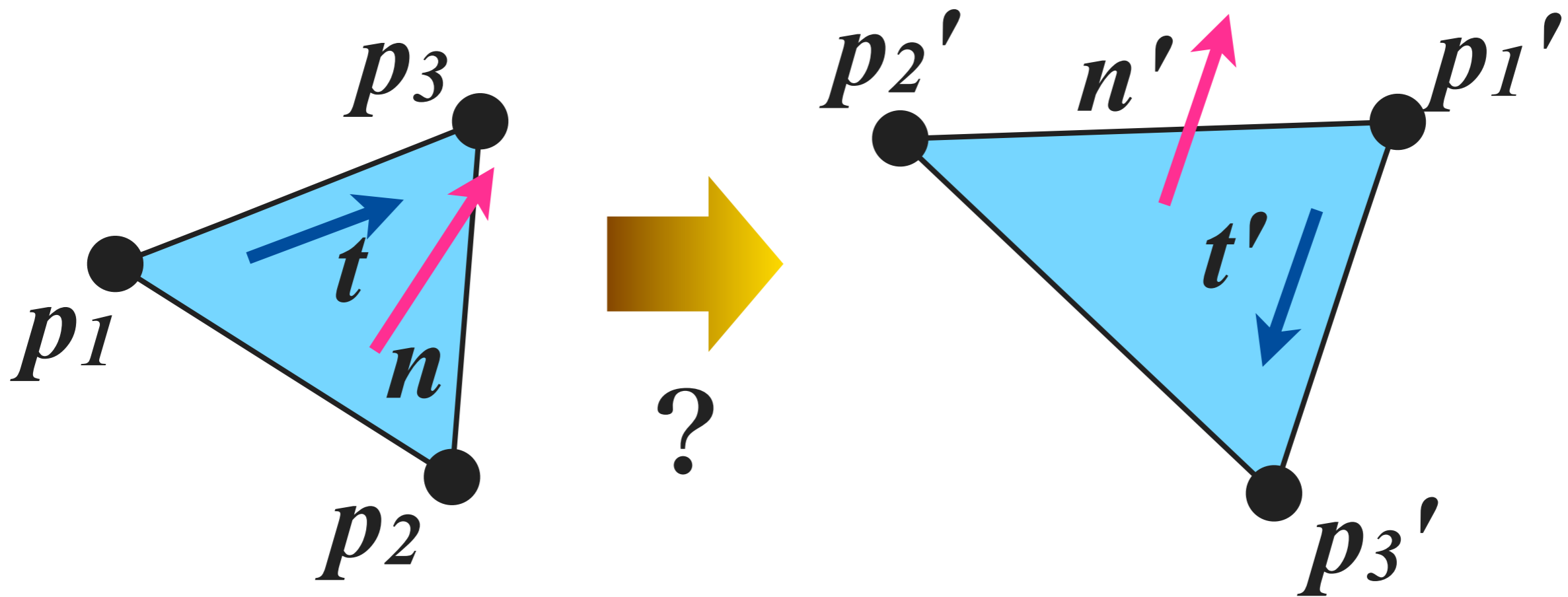
# 法線ベクトルの変換行列 (1/3)

- Model-View-Projection 行列を  $M$  とする。
- ポリゴン(三角形)上の任意のベクトル  $t$  を考えると、 $M$  で変換した  $Mt$  もポリゴン上のベクトルとなる。



# 法線ベクトルの変換行列 (2/3)

- ポリゴンの法線ベクトル  $n$  を考えると、 $t'$  と直交する  $n'$  が計算できるはず ( $t' \cdot n' = 0$ )。
- ただし  $n$  は位置をもたないベクトルなので、平行移動やカメラの影響を考えた別の変換行列が必要。



# 補足：ベクトルの直交テスト

12

ベクトルのドット積（内積）が 0 であれば、  
ベクトルは互いに直交している。

2Dでも3Dでも同様。



$$\begin{aligned} a \cdot b &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \\ &= 0 \end{aligned}$$

ドット計算≒コサイン計算だから、  
当たり前といえは当たり前。

# 法線ベクトルの変換行列 (3/3)

- $t' \cdot n' = Mt \cdot Nn = 0$  を満たすような行列  $N$  は？
- $N = M^{-1T}$  が条件を満たす。

-1は逆行列、 $T$ は転置行列。

成分を順次計算していくと、いろいろキャンセルされて、

$$Mt \cdot M^{-1T}n = t \cdot n$$

となることが分かる。

※ 「逆行列の転置行列」と「転置行列の逆行列」は同じ。

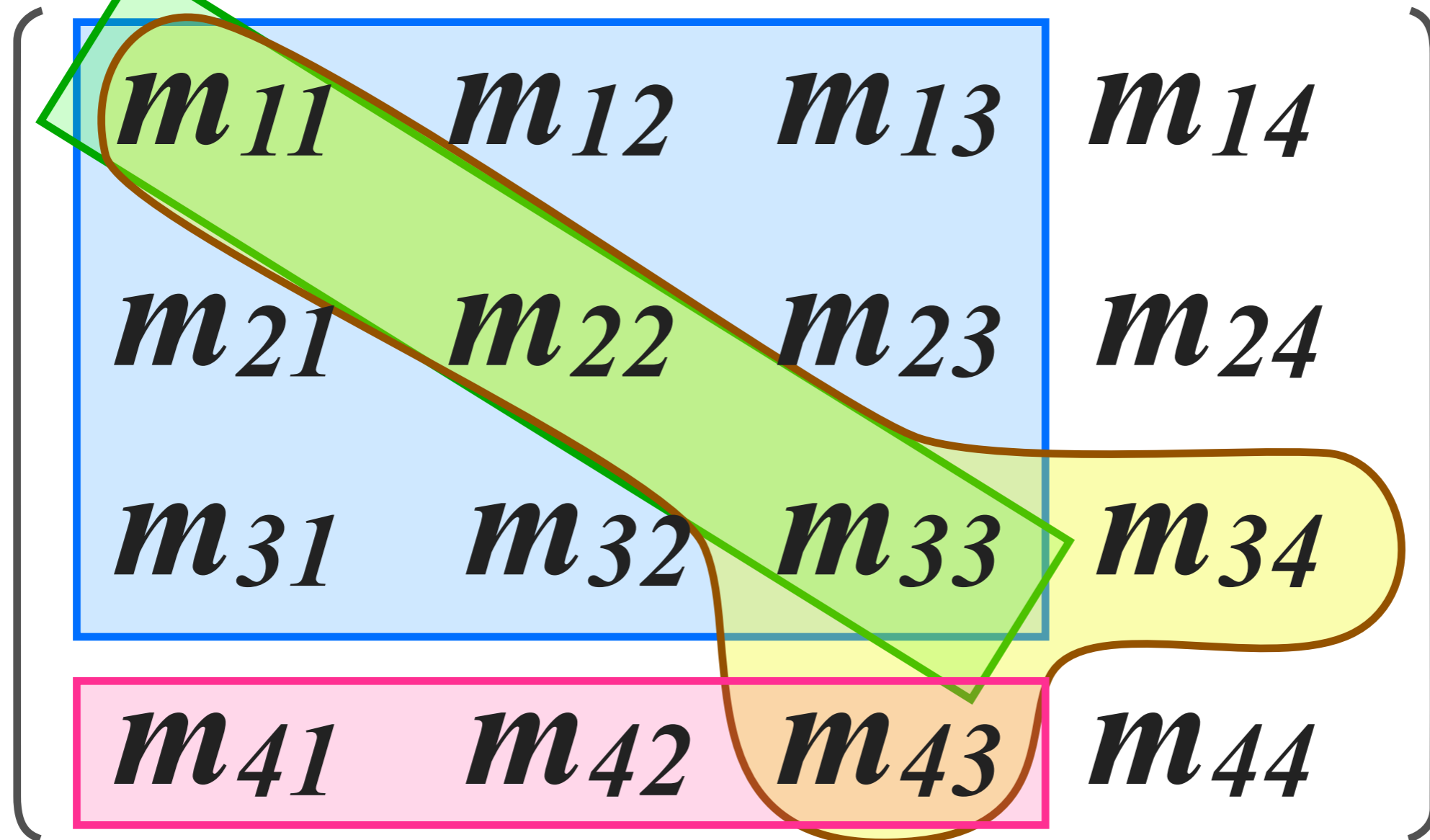
ということで、法線ベクトルの変換行列は  $M^{-1T}$

# 行列の成分

左上の3x3行列を取り出せば  
平行移動がなくなる。

スケール

回転



平行移動

プロジェクション

# 補足：法線変換行列について

15

- **Model-View-Projection** 行列の左上の3x3行列を取り出すだけでも、そこそこ正確な法線ベクトル変換が可能。

回転＋スケールの変換だけなら、逆行列の転置行列を計算してもしなくても同じ結果になる。

- **ただし、プロジェクションの影響を考えると、正確さには欠けている。**

正確な変換行列は  $M^{-1T}$  で求める。

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix}$$